

ปฏิบัติการที่ 3

การหาค่าคงที่ของสปริง

วัตถุประสงค์

- 1 เพื่อศึกษากฎของฮุก(Hook's Law)
- 2 เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิกของวัตถุติดปลายสปริง

ทฤษฎี

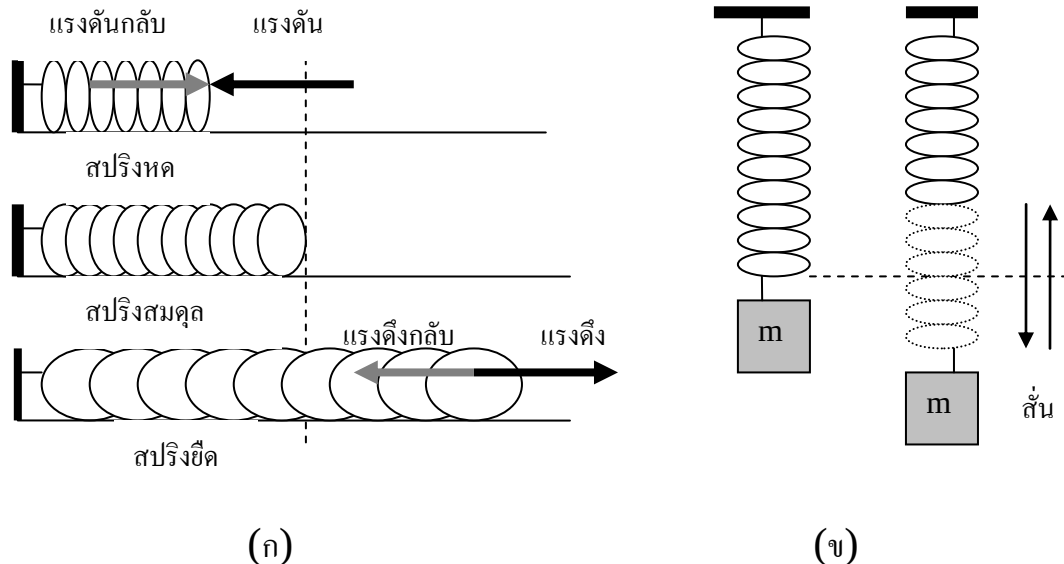
กฎของฮุกกล่าวว่า “เมื่อออกแรงภายนอกยืดหรือกดสปริงไปจากจุดสมดุล ภายใต้อขอบเขตของการยืดหยุ่น สปริงจะมีแรงดึงกลับ (Restoring Force) เพื่อดึงสปริงเข้าสู่จุดสมดุลเหมือนเดิมซึ่งแรงนี้จะแปรผันเป็นปฏิภาคตรงกับการกระจัดของสปริง จากตำแหน่งสมดุลนั้น ”

นั่นคือ ถ้าออกแรงดึงหรือกด F ให้สปริงยืดหรือหดจากแนวสมดุลเป็นการขจัด x ดังรูป 3.1 ก จะได้ความสัมพันธ์ว่า

$$F = -kx \quad (3.1)$$

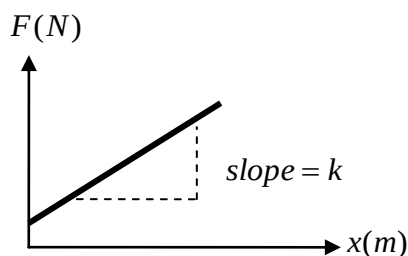
โดย k เป็นค่าคงที่ของสปริงในหน่วย นิวตันต่อเมตร (N/m) เครื่องหมายลบแสดงว่าแรงดึงกลับจะตรงข้ามกับการกระจัดเสมอ ถ้าดึงหรือกดสปริงเล็กน้อยแล้วปล่อยสปริงจะเคลื่อนที่กลับไปมาผ่านจุดสมดุล เรียกการเคลื่อนที่ดังกล่าวนี้ว่า “การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก”

(Simple Harmonic Motion) ดังรูป 3.1 ข



รูปที่ 3.1 แรงกระทำต่อสปริงและการสั่นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

ถ้าเขียนกราฟระหว่างแรงดึง F กับระยะยืดหรือหดจากแนวสมดุล x จะได้กราฟเส้นตรง มีความชันเท่ากับ k ดังรูป 3.2



รูปที่ 3.2 กราฟระหว่างแรงดึง F กับระยะยืด x ของสปริง

เมื่อนำกฎข้อที่สองของนิวตัน มาใช้กับกรณีนี้ จะได้

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= m \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

จากสมการที่ (3.1) และ (3.2) พบว่า

$$\left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) + \left(\frac{k}{m} \right) x = 0 \quad (3.3)$$

สมการที่ (3.3) เป็นสมการอนุพันธ์แบบเชิงเส้นอันดับที่สอง (Second Order Linear Differential Equation) ซึ่งให้คำตอบดังนี้ $x = x_0 \sin \omega t$ โดย x_0 เป็นการขจัดสูงสุดซึ่งเป็นค่าแอมพลิจูดของการสั่นนั่นเอง ส่วน ω เป็นค่าความถี่เชิงมุมของการสั่นในหน่วยเรเดียนต่อวินาที (rad/s) โดยที่

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.4)$$

แต่ ω สัมพันธ์กับคาบของการสั่น (T) ตามสมการ

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3.5)$$

จากสมการ (3.4) และ (3.5) พบว่า

$$T = 2\pi \left(\frac{m}{k} \right) \quad (3.6)$$

โดย m คือ มวลทั้งหมดของระบบ กล่าวคือ

$$m = M + FM_s$$

โดย M เป็น มวลของจานรอง (หรือฐานห้อย) และน้ำหนักถ่วง ในหน่วย กิโลกรัม

M_s เป็น มวลของสปริง ในหน่วยกิโลกรัม

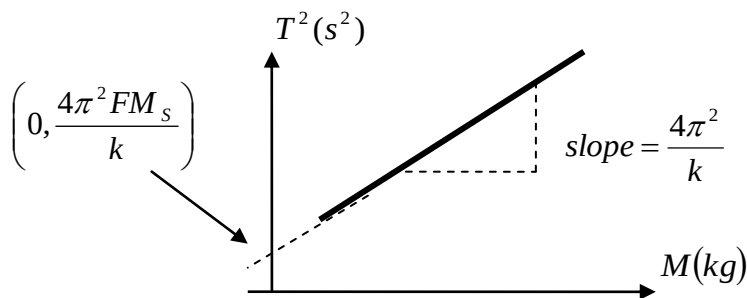
F เป็นเศษส่วนของมวลสปริงที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ที่แท้จริง ซึ่งมีค่าประมาณ 0.33

ดังนั้น อาจเขียนสมการ (3.6) ได้ว่า

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + FM_s}{k}} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ} \quad T^2 &= 4\pi^2 \left(\frac{M + FM_s}{k} \right) \\ \text{หรือ} \quad T^2 &= \frac{4\pi^2 M}{k} + \frac{4\pi^2 FM_s}{k} \end{aligned} \quad (3.8)$$

เทอม $\left(\frac{4\pi^2 FM_s}{k} \right)$ จะคงที่ เมื่อเขียนกราฟระหว่าง T^2 กับ M จะได้ดังรูป 3.3
กราฟจะเป็นเส้นตรงความชันเท่ากับ $\frac{4\pi^2}{k}$ และตัดแกน T^2 ที่ตำแหน่ง $\left(0, \frac{4\pi^2 FM_s}{k} \right)$



รูปที่ 3.3 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ M

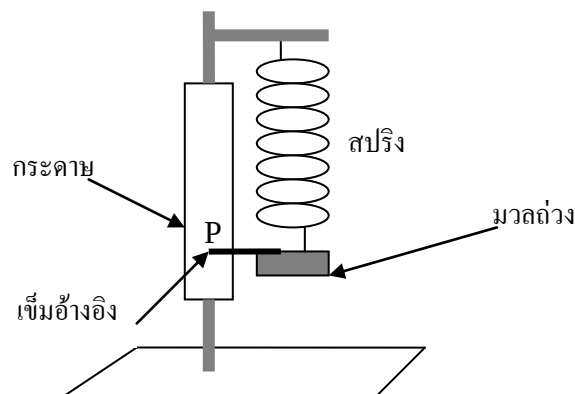
เราสามารถหลักการที่กล่าวมาข้างต้น มาประยุกต์หาค่าคงที่ของสปริง k ได้

อุปกรณ์การทดลอง ชุดเครื่องมือทดลองการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก ซึ่งประกอบด้วย
จานใส่ตุ้มน้ำหนัก สปริง นาฬิกาจับเวลาชุดตุ้มน้ำหนัก(มวลถ่วง) ตลับเมตร

วิธีการทดลอง

ตอนที่ 1 การหาค่านิจสปริงโดยใช้กฎของฮุค

1. ติดแผ่นกระดาษกับขาตั้ง แขนสปริงพร้อมฐานห้อยกับขาตั้งตามรูปที่ 3.4 จับสปริงและฐานห้อยให้นิ่ง ทำเครื่องหมายในแนวระดับปลายฐานห้อยบนแผ่นกระดาษเป็นตำแหน่ง P



รูปที่ 3.4 การทดลองหาค่านิจสปริงตามกฎของฮุค

2. เพิ่มมวลถ่วง 3 ครั้งๆ ละกี่กรัมก็ได้ (อาจมากกว่า 3 ครั้งก็ได้) แต่ทุกครั้งบันทึกมวลถ่วงรวมและระยะที่ยืดออกจากตำแหน่ง P
 3. ลดมวลถ่วงให้สอดคล้องกับตอนเพิ่ม(ตามข้อ 2) จนเหลือเฉพาะฐานห้อย แต่ทุกครั้ง ที่ลด วัดระยะที่สปริงยืดออกจากตำแหน่ง P บันทึกผลเป็นมวล M ให้สอดคล้องกับการลดมวล
 4. คำนวณน้ำหนักถ่วงหรือแรงดึงสปริง(F)แต่ละครั้ง โดยใช้สมการ $F = Mg$ เมื่อ M คือมวลรวมที่ถ่วง(ฐานห้อยและมวลถ่วง) แต่ละครั้ง
 5. คำนวณหาระยะยืดเฉลี่ย($\bar{x}$) ของการทดลองแต่ละครั้ง บันทึกผล
 6. เขียนกราฟระหว่างแรงดึงสปริง(F)เป็นแกนตั้ง และระยะยืดเฉลี่ย($\bar{x}$)เป็นแกนนอน นำความชันของกราฟมาหาค่านิจสปริง
- หมายเหตุ ในการคำนวณต้องระมัดระวังหน่วยของแต่ละปริมาณ

ตอนที่ 2 การหาค่านิจของสปริงโดยใช้การสั่นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

1. จัดเครื่องเหมือนการทดลองตอนที่ 1 แขนเฉพาะฐานห้อยที่ปลายสปริง ดึงสปริงให้ยืดออกเล็กน้อย ปล่อยให้สั่นขึ้นลงประมาณ 2-3 รอบ หรือจนเห็นว่าสั่นสม่ำเสมอ ไม่แกว่งไปมา จึงจับเวลาการสั่น 25 รอบ (สั่น 25 รอบ ใช้เวลาเท่าใด) บันทึกผล
 2. เพิ่มมวลให้มากกว่าเดิมอีก 3 ครั้ง (หรือมากกว่า 3 ครั้ง) แต่ทุกครั้งบันทึกผลการสั่น 25 รอบ เหมือนข้อ 1
 3. ลดมวลลงให้สอดคล้องกับการเพิ่มตามข้อ 2 แต่ทุกครั้งบันทึกเวลาการสั่น 25 รอบ
 4. คำนวณมวลรวมที่ถ่วง (M) ของการทดลองแต่ละครั้ง
 5. นำเฉพาะสปริงไปหาค่ามวลของสปริง บันทึกเป็น M_s
 6. คำนวณเวลาการสั่นแต่ละรอบหรือคาบ (T) ของการทดลองแต่ละครั้ง บันทึกผล
 7. คำนวณคาบการสั่นเฉลี่ย ($\bar{T}$) และคาบเฉลี่ยกำลังสอง ($\bar{T}^2$) บันทึกผล
 8. เขียนกราฟระหว่างคาบเฉลี่ยกำลังสอง ($\bar{T}^2$) กับมวลรวมที่ใช้ถ่วง M หาความชัน แล้วนำความชันไปหาค่านิจสปริง และค่า F ของสปริง (ปกติ $F \approx 0.33$) โดยที่
- $$\text{ความชัน(Slop)} = \frac{4\pi^2}{k} \text{ และจุดตัดแกนตั้ง } \left(0, \frac{4\pi^2 FM_s}{k} \right)$$

- คำแนะนำ
1. เพื่อผลการทดลองที่ดีควรนำฐานห้อยและมวลถ่วงไปหาค่ามวลที่แท้จริง
 2. อย่าเพิ่มมวลมากจนเห็นว่าสปริงยืดออกยาวมากเกินไป เพราะจะเกินขีดจำกัดความยืดหยุ่นของสปริง ซึ่งช่วงนั้นจะไม่เป็นตามกฎของฮุค ถ้าต้องการทดลองหลายๆ ครั้ง ให้เพิ่มมวลแต่ละครั้งที่ละน้อยๆ

บันทึกผลปฏิบัติการที่ 3

การหาค่าคงที่ของสปริง

ชื่อ สกุล รหัส คณะ

วันที่.....เดือน พ.ศ 25.....กลุ่มที่ ทดลองครั้งที่

ผู้ร่วมงาน รหัส

ผู้ร่วมงาน รหัส

ผู้ร่วมงาน รหัส

ตอนที่ 1 การหาค่านิจสปริงจากกฎของฮุค

มวลรวมที่ใช้ถ่วง (M) (.....)	น้ำหนักถ่วงหรือ แรงดึงสปริง ($F = Mg$) (.....)	ระยะยืดจากจุด $P(x)$ (.....)		ระยะยืดเฉลี่ย ($\bar{x}$) (.....)
		เพิ่มมวล	ลดมวล	

สรุปผลการทดลอง ตอนที่ 1

ค่า k จากกราฟ = $\pm$ (.....)

แสดงวิธีคำนวณค่า k จากกราฟ

.....

.....

.....

.....

เหตุใด แรงดึงสปริง $F = Mg$

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 การหาค่านิจสปริงจากการสั่นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

มวลของเฉพาะสปริง (M_s) = $\pm$ (.....)

มวลรวม ที่ใช้ถ่วง (M) (.....)	เวลาสั้น 25 รอบ (.....)		เวลาสั้น 1 รอบ (T) (.....)		คาบเฉลี่ย $\bar{T}$ (.....)	$\bar{T}^2$ (.....)
	เพิ่มมวล	ลดมวล	เพิ่มมวล	ลดมวล		

หมายเหตุ มวลรวมที่ใช้ถ่วง (M) คือ มวลฐานห้อยรวมกับมวลที่ใส่เพิ่มเข้าไปบนฐานห้อย

สรุปผลการทดลอง

ค่า k จากกราฟ = $\pm$ (.....)

หาค่า F ของสปริงได้เท่ากับ = $\pm$ (.....)

แสดงการคำนวณหาค่า k และค่า F

.....

.....

.....

% ความแตกต่างของค่า k ของการทดลองทั้งสองตอน =

แสดงการคำนวณ

.....

.....

.....

วิเคราะห์ผลการทดลอง

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามท้ายการทดลอง

1 ให้ นิสิตหาวิธีทดลองหาค่าคงที่สปริงวิธีอื่น ที่แตกต่างจากการทดลองทั้งสองตอน

2 นิสิตคิดว่าค่าคงที่สปริงของการทดลองตอนใด ถูกต้องกว่ากัน เพราะเหตุใด

3 ค่านิจสปริงนำไปใช้ประโยชน์ด้านใดบ้าง